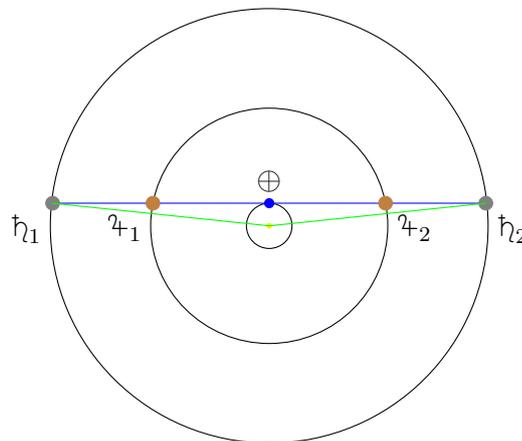


9 класс

1. Юпитер и Сатурн одновременно оказались в квадратуре. Найдите расстояние между ними.

**Решение:**

Как известно, квадратурой называется положение планеты, при котором направления на нее и на Солнце с Земли образуют прямой угол. Изобразим в одинаковом масштабе орбиты Земли ( $\odot$ ), Юпитера ( $\♃$ ) и Сатурна ( $\♄$ ), учитывая, что радиус орбиты Юпитера около 5 а.е., а радиус орбиты Сатурна около 10 а.е.



Квадратура бывает западной и восточной, поэтому условию задачи соответствуют два возможных положения Юпитера и два возможных положения Сатурна, отмеченные индексами. В силу симметрии задачи очевидно, что возможных ответов два (когда Юпитер и Сатурн находятся с одной или с разных сторон от Земли).

Вычислить искомые расстояния можно, воспользовавшись теоремой Пифагора. Однако из рисунка очевидно, что из-за сравнительно больших радиусов орбит Юпитера и Сатурна вместо «правильных» расстояний (длин отрезков, отмеченных синим на рисунке) можно использовать разности между радиусами орбит. Таким образом, одно возможное расстояние составляет около 5 а.е., другое — около 15 а.е.

2. Космический корабль летит с Земли на Марс по наиболее энергетически выгодной траектории. Чему равно угловое расстояние между Землей и Марсом при наблюдении с Солнца в момент старта корабля? А в момент финиша? Орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Радиус орбиты Марса равен 1.5 а.е.

**Решение:**

Наиболее энергетически выгодная траектория — это половина эллипса Гомана, который в перигелии касается орбиты Земли, а в афелии — орбиты Марса. Большая полуось такого эллипса равна полусумме больших полуосей планет. Продолжительность перелета по этой

траектории  $\tau$  равна половине периода обращения по такому эллипсу. Используя III закон Кеплера, получаем:

$$\tau = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} (a_{\oplus} + a_{\ominus}) \right)^{\frac{3}{2}} \approx 0.7 \text{ года.}$$

За это время Земля пройдет 0.7 полного оборота по орбите, а Марс  $0.7/a_{\ominus}^{3/2} \approx 0.4$  оборота.

Изобразим на рисунке примерные положения планет во время старта («звездочки») и финиша («кружочки»). Видно, что искомые углы равны:

$$\alpha = 360^\circ (0.5 - 0.4) \approx 40^\circ; \quad \beta = 360^\circ (0.7 - 0.5) \approx 70^\circ.$$

3. Оцените продолжительность восхода Солнца на экваторе 22 марта.

**Решение:**

Как известно, 22 марта, т.е. в день весеннего равноденствия, Солнце на экваторе проходит через зенит и, следовательно, в течение суток движется по небесному экватору. Следовательно, угловая скорость его движения составляет  $15^\circ/\text{час}$ . Восход солнца начинается в тот момент, когда верхний край его диска касается горизонта снизу, и заканчивается в тот момент, когда нижний край касается горизонта сверху. Это означает, что Солнцу необходимо пройти угловое расстояние равное его диаметру, т.е.  $0^\circ.5$ . Таким образом, восход продолжается  $1/30$  часа или 2 минуты.

4. Вы вышли из дома и увидели Луну строго в первой четверти, причем граница света и тени была строго вертикальна. Где в этот момент находилось Солнце?

**Решение:**

Если Луна находится строго в первой четверти, то угловое расстояние от Луны до Солнца на небе равно ровно  $90^\circ$ . Так как граница света и тени строго вертикальна, то угол между горизонтом и этой границей (т. н. «терминатором») также равен ровно  $90^\circ$ . Следовательно, Солнце находится на горизонте. Так как Луна над горизонтом, то Солнце в этот момент заходит, т.е. оно на западном горизонте.

5. Радиус зрачка совы в зависимости от условий освещения может изменяться в 10 раз. На сколько звездных величин различаются наиболее слабые объекты, которые может увидеть сова при максимальном и минимальном размере зрачка?

**Решение:**

Поскольку зрачки у сов круглые, количество света, попадающего в глаз в единицу времени, при прочих равных условиях для разных размеров зрачка отличается в  $10^2 = 100$  раз. Следовательно, искомая разница звездных величин должна соответствовать разнице в освещенностях, создаваемых объектами, в 100 раз, т.е. она составляет 5 звездных величин.